

Concursul Pro-Performanța

Ediția a X-a

CLASA a VI-a – Barem

Problema 1. Luam cazuri după care afirmație a lui I e adevărată:

Cazul 1. Dacă B -sah.

Atunci pentru a se satisface ipoteza: A -tenis, C -schi și D -fotbal.

.....2p

Cazul 2. Dacă D -handbal.

Atunci A nu face polo sau tenis, B nu face sah sau schi, iar C nu face schi. Afirmația adevărată a lui II trebuie să fie C -tenis.

Avem soluțiile A -handbal/fotbal/sah/schi, B -handbal/fotbal/tenis, C -tenis și D -handbal.

.....2p

Cazul 3. Dacă A -polo.

Atunci B nu face sah, C nu face schi, iar D nu face handbal. Afirmația adevărată a lui IV trebuie să fie B -schi. Deci D nu a ales fotbal, iar C nu a ales tenis.

Avem soluțiile A -polo, B -schi, C -handbal/fotbal și D -tenis/polo/sah/schi.

.....3p

Problema 2. Din enunț avem: $M \in \{2, 3, 5, 7\}$; $A \in \{3, 6\}$; $L \in \{2, 4, 6, 8\}$; $L > M$ și $A < L$.

Analizăm pe cazuri după valoarea lui L :

Cazul $L = 2$: imposibil, deoarece (1) ar impune $M < 2$, dar M este prim.1p

Cazul $L = 4$: atunci M trebuie să fie prim și $M < 4$, deci $M \in \{2, 3\}$. Dar $A \in \{3, 6\}$ și $A < 4$, deci $A = 3$. Cum numerele sunt distincte, nu putem avea $M = 3$, deci singura posibilitate este:

$(4, 2, 3)$.

.....1p

Cazul $L = 6$: atunci M prim și $M < 6$, deci $M \in \{2, 3, 5\}$. Deoarece $A \in \{3, 6\}$ și $A < 6$, rezultă $A = 3$. Cum numerele sunt distincte, $M \neq 3$, deci:

$(6, 2, 3)$, $(6, 5, 3)$.

.....2p

Cazul $L = 8$: atunci M prim și $M < 8$, deci $M \in \{2, 3, 5, 7\}$. De asemenea $A \in \{3, 6\}$ și automat $A < 8$. Impunem doar distinctitatea:

- dacă $A = 3$, atunci $M \in \{2, 5, 7\}$;
- dacă $A = 6$, atunci $M \in \{2, 3, 5, 7\}$.

Rezultă:

$(8, 2, 3), (8, 5, 3), (8, 7, 3), (8, 2, 6), (8, 3, 6), (8, 5, 6), (8, 7, 6).$

.....2p

Concluzie. Există exact **10** posibilități:

$(4, 2, 3),$ $(6, 2, 3), (6, 5, 3),$ $(8, 2, 3), (8, 5, 3), (8, 7, 3),$ $(8, 2, 6), (8, 3, 6), (8, 5, 6), (8, 7, 6).$
--

Prin urmare, exercițiul are **10 variante de răspuns corect.**

.....1p

Problema 3. Numerotăm persoanele aflate în jurul mesei, la rând, cu numere de la 1 la 2027. Considerăm că o persoană spune adevărul. Fie aceasta persoana 1. Atunci persoana din dreapta spune adevărul, adică persoana 2027. În acest fel, parcurgând masa în sensul opus acelor de ceasornic (sensul matematic), găsim că toate persoanele spun adevărul, inclusiv persoana 2. Contradicție cu afirmația persoanei 1. Deci toate cele 2027 persoane mint.

.....7p

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.