

Concursul Pro-Performanța

Ediția a X-a, 17 ianuarie 2026

CLASELE IX-XII– Barem

Problema 1.

Luând 13 monede, rămân două monede pe masă; avem C_{15}^2 moduri posibile de a lăsa două monede.

Numărul variantelor în care ambele monede rămase sunt bune este C_{10}^24p

Probabilitatea ca ambele monede rămase pe masă să fie bune este $\frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7}$.

Probabilitatea căutată este $\frac{4}{7}$.

.....3p

Problema 2.

1. Deoarece fiecare două puncte trebuie să fie unite printr-un segment, înseamnă că oricare două puncte trebuie să fie din mulțimi diferite $\Rightarrow$ trebuie să fie câte un punct din fiecare mulțime $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ de "3-stele".3p

2. Putem găsi un ciclu inclusiv cu toate punctele din toate cele trei mulțimi (12 puncte).

Cu 4: $(C_1 B_1 C_2 A_1)$

Cu 5: $(C_1 B_1 C_2 B_2 A_1)$

Cu 6: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3)$

Cu 7: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3 A_1)$

Cu 8: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3 C_4 B_4)$

Cu 9: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3 C_4 B_4 A_1)$

Cu 10: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3 C_4 B_4 C_5 A_1)$

Cu 11: $(C_1 B_1 C_2 B_2 C_3 B_3 A_1 C_4 B_4 C_5 A_2)$

Cu 12: $(C_1 B_1 C_2 B_2 A_1 C_3 B_3 A_2 C_4 B_4 C_5 A_3)$

.....4p

Problema 3.

Exact una dintre 5 și 6 e falsă, exact una dintre 1 și 9 e falsă și, în plus, cum fiecare zice două adevăruri și un fals, afirmațiile 3 și 8 sunt adevărate.

.....1p

Deci notând cu a, b, c vârstele lui A, B , respectiv C , obținem că:

I. $a \in \{29, 30\}$

II. $a \in \{b - 2, b - 3\}$

III. $a = c + 1$

.....2p
Din I și III $\Rightarrow c$ este 28 sau 29 $\Rightarrow$ afirmația 2 făcută de B este falsă $\Rightarrow$ 4 și 7 sunt adevărate

Din II și III $\Rightarrow$ C și A mai tinere ca B $\Rightarrow$ (cum 4 e adevărată) $b = c + 3 \Rightarrow$ (din III) $a = b - 2 \Rightarrow$ afirmația 1 e adevărată $\Rightarrow$ afirmația 9 făcută de C este falsă $\Rightarrow$ 5 este adevărată $\Rightarrow a = 30$

.....3p
Deci $a = 30$, $b = 32$, $c = 29$ (se verifică în acest caz că pentru fiecare persoană una dintre afirmații e falsă, iar celelalte două sunt adevărate)

.....1p

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.